29594

AL/2006/10-S-I

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

10 | S | I

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2006 අප්‍රේල්

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2006 ஏப்பிரல்

General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, April 2006

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

※ ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. (*a*) $px^2 + qx + r = 0$ වර්ගජ සමීකරණයට සම්පාත මූල තිබීම සඳහා අවශ්‍යතාව සොයන්න, මෙහි p, q සහ r තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වේ.

   a, b හා c තාත්ත්වික සංඛ්‍යා ද, $a(b-c)x^2 + b(c-a)x + c(a-b) = 0$ යන වර්ගජ සමීකරණයට සම්පාත මූල තිබෙයි නම් ද, එවිට $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{2}{b}$ බව පෙන්වන්න.

   (*b*) $a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b)$ ප්‍රකාශනයෙහි සාධක සොයන්න.

2. (*a*) වෙනස් උස ප්‍රමාණ ඇති ළමයින් 12 ක් කණ්ඩායම් දෙකකට බෙදීමට අවශ්‍ය ව ඇත.

   (i) එක කණ්ඩායමක් ළමයින් 7 කින් ද, අනෙක් කණ්ඩායම ළමයින් 5 කින් ද සමන්විත වෙයි නම්,

   (ii) එක් එක් කණ්ඩායම ළමයින් 6 කින් සමන්විත වෙයි නම්,

   (iii) එක් එක් කණ්ඩායම ළමයින් 6 කින් සමන්විත වී උසම සහ මිටිම ළමයින් දෙදෙනා එකම කණ්ඩායමකට අයත් විය යුතු නම්,

   ඉහත බෙදීම කළ හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

   (*b*) ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා ද්විපද ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

   $3(x+y)^n$ ප්‍රකාශනයෙහි x සහ y සඳහා සුදුසු අගයන් තෝරා ගනිමින් 3^{2n+1} යන්න $7k + 3(2^n)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න, මෙහි k සහ n ධන නිඛිල වෙයි.

   ඒ නයින්, ධන නිඛිලමය n සඳහා $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ යන්න 7 න් බෙදෙන බව පෙන්වන්න.

3. (*a*) p යනු නිඛිලයක් යැයි ගනිමු. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු ධන නිඛිලමය n සඳහා, $p^{n+1} + (p+1)^{2n-1}$ යන්න $p^2 + p + 1$ යන්නෙන් බෙදෙන බව සාධනය කරන්න.

   (*b*) $\frac{1}{1+1^2+1^4} + \frac{2}{1+2^2+2^4} + \frac{3}{1+3^2+3^4} + \dots$ ශ්‍රේණියෙහි r වැනි පදය, U_r, ලියා දක්වන්න.

   (i) $U_r = \frac{1}{2}\left\{f(r) - \frac{1}{1+r+r^2}\right\}$ බව පෙන්වන්න, මෙහි $f(r)$ යනු r හි නිර්ණය කළ යුතු ශ්‍රිතයක් වෙයි.

   (ii) $f(r+1)$ සොයා, $U_r = \frac{1}{2}\{f(r) - f(r+1)\}$ බව පෙන්වන්න.

   (iii) දෙන ලද ශ්‍රේණියෙහි පද n දක්වා ඓක්‍යය $\frac{n(n+1)}{2(1+n+n^2)}$ බව පෙන්වන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com

4\. (a) $\dfrac{\cos\alpha + i\sin\alpha}{\cos\beta + i\sin\beta} = \cos(\alpha-\beta) + i\sin(\alpha-\beta)$ බව පෙන්වන්න.

$z_1 = -1 + i$ සහ $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$ යැයි ගනිමු. $\dfrac{z_1}{z_2}$ හි තාත්ත්වික කොටස සහ අතාත්ත්වික කොටස සොයන්න.

z_1 සහ z_2 එක එකක් $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න, මෙහි $r > 0$ සහ $0 < \theta < \pi$ වේ.
$\cos\dfrac{5\pi}{12} = \dfrac{1}{4}\left(\sqrt{6} - \sqrt{2}\right)$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b) R යනු, ආර්ගන් සටහනෙහි, $0 \le \text{Im}\, z \le \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ සහ $|z-2| \le 1$ අවශ්‍යතා සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවලින් සමන්විත පෙදෙස ලෙස ගනිමු. R පෙදෙස අඳුරු කර, z නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යය R පෙදෙස පුරා විචලනය වන විට z හි ප්‍රධාන විස්තාරය 'Arg z' විශාලතම වන පරිදි z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

5\. (a) $y = \left(1 + 4x^2\right)\tan^{-1}(2x)$ ලෙස ගනිමු.

(i) $\left(1+4x^2\right)\dfrac{dy}{dx} - 8xy = 2\left(1+4x^2\right)$ සහ

(ii) $\left(1+4x^2\right)\dfrac{d^2y}{dx^2} - 8y = 16x$

බව පෙන්වන්න.

$\left(\dfrac{d^3y}{dx^3}\right)_{x=0}$ සොයන්න.

(b) සංවෘත සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක්, එහි පරිමාව $1024\,\pi\ \text{cm}^3$ වන පරිදි සෑදිය යුතුව ඇත. එහි මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය අවමයක් කරනු ලබන සිලින්ඩරයේ අරය සොයන්න.

6\. (a) සුදුසු ආදේශයක් යෙදීමෙන්,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{3 + 2\cos x + \sin x}$$ අනුකලය අගයන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $\int e^{4x}\sin 3x\, dx$ සොයන්න.

(c) භින්න භාග භාවිතයෙන්, $\int \dfrac{dx}{x^3+1}$ සොයන්න.

7\. $px + qy + r = 0$ සරල රේඛාව අනුබද්ධයෙන් (x_1, y_1) ලක්ෂ්‍යයෙහි ප්‍රතිබිම්බයේ ඛණ්ඩාංක $(x_1 - p\lambda,\ y_1 - q\lambda)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න, මෙහි λ නිර්ණය කළ යුතු නියතයක් වෙයි.
ඒ නයින්, $px + qy + r = 0$ සරල රේඛාව අනුබද්ධයෙන් $lx + my + n = 0$ රේඛාවේ ප්‍රතිබිම්බය සොයන්න.
$ABCD$ රොම්බසයෙහි AB පාදයේ සහ AC විකර්ණයේ සමීකරණ පිළිවෙළින් $3x - y + 6 = 0$ සහ $x - y + 8 = 0$ වෙයි. B ශීර්ෂයෙහි ඛණ්ඩාංක $(3, 15)$ වෙයි. A, C සහ D හි ඛණ්ඩාංක ප්‍රකාශිත ලෙස නොසොයා, රොම්බසයෙහි ඉතිරි පාද තුනේ සමීකරණ සොයන්න.

www.pastpaperlk.com

8. (x_0, y_0) බාහිර ලක්ෂ්‍යයේ සිට $x^2 + y^2 = a^2$ වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමීකරණය ලබාගන්න.

$(1, 1), (-1, 0)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා යන වෘත්තයක්, $S \equiv x^2 + y^2 - a^2 = 0$ වෘත්තය P සහ Q ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක දී ඡේදනය කරයි. $S = 0$ වෘත්තයට P සහ Q හි දී ඇඳි ස්පර්ශක R හි දී හමුවේ. R ලක්ෂ්‍යය, $(2a^2 - 3)x + (a^2 - 1)y - a^2 = 0$ රේඛාව මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

www.pastpaperlk.com

9. (a) (i) $\sin 3\theta = \cos 2\theta$ සමීකරණය විසඳීමෙන් $\sin 18° = \dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\dfrac{\pi}{4} = 2\tan^{-1}\dfrac{1}{3} + \tan^{-1}\dfrac{1}{7}$ සහ

$\tan^{-1}\dfrac{1}{3} = \tan^{-1}\dfrac{1}{7} + \tan^{-1}\dfrac{2}{11}$ බව පෙන්වන්න.

$\dfrac{\pi}{4} = 2\tan^{-1}\dfrac{2}{11} + 3\tan^{-1}\dfrac{1}{7}$ බව අපෝහනය කරන්න.

www.pastpaperlk.com

(b) **සයින් නීතිය** ප්‍රකාශ කර, **කෝසයින නීතිය** අපෝහනය කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක, සුපුරුදු අංකනයෙන්, $\dfrac{b+c}{5} = \dfrac{c+a}{6} = \dfrac{a+b}{7}$ බව දී ඇත.

(i) $\dfrac{\sin A}{4} = \dfrac{\sin B}{3} = \dfrac{\sin C}{2}$,

(ii) $\dfrac{\cos A}{-1} = \dfrac{4\cos B}{11} = \dfrac{2\cos C}{7}$

බව පෙන්වන්න.

www.pastpaperlk.com

* * *

www.pastpaperlk.com